**Función continua**

Si una función tiene límite en un punto y su valor coincide con el valor de la función en ese punto, entonces la función es continua en ese punto:

{\displaystyle \left.{\begin{array}{r}\displaystyle {\lim \_{x\to a}f(x)=L}\\f(a)=L\end{array}}\right\}{\text{continua}}}En cualquier otro caso es discontinua en ese punto.

# **Clasificación de discontinuidades**



Las [funciones continuas](https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_continua) son de suma importancia en [matemática](https://es.wikipedia.org/wiki/Matem%C3%A1tica) y en distintas aplicaciones. Sin embargo, no todas las [funciones](https://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_matem%C3%A1tica) son continuas. Puede ocurrir que una función no sea continua en todo su [dominio](https://es.wikipedia.org/wiki/Dominio_de_definici%C3%B3n) . Si una función no es continua en un punto, se dice que la función tiene una *discontinuidad* en ese punto y que la función es *discontinua*.

La discontinuidad de una función en un punto puede ser clasificada en:



{\displaystyle \mathrm {Funci{\acute {o}}n} \left\{{\begin{array}{l}\mathrm {continua} \\\mathrm {discontinua} {\color {Red}\left\{{\begin{array}{l}\mathrm {evitable} \\{\text{no evitable}}{\color {PineGreen}\left\{{\begin{array}{l}{\text{de primera especie}}{\color {Blue}\left\{{\begin{array}{l}{\text{de salto finito}}\\{\text{de salto infinito}}\\\mathrm {asint{\acute {o}}tica} \end{array}}\right.}\\\\{\text{de segunda especie}}\end{array}}\right.}\\\end{array}}\right.}\end{array}}\right.}

**Discontinuidad evitable**

Una función presenta discontinuidad evitable en un punto ***a***, si existe el límite en el punto, pero la función en ese punto, *f*(*a*), tiene un valor distinto o no existe, veamos estos dos casos.

Si el límite cuando ***x*** tiende a ***a***, es ***c***, y el valor de la función evaluada en ***a*** es ***d***, la función es discontinua en ***a***.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Si la función tiene por límite cuando tiende a ***a***, pero no existe en ese punto, la función es discontinua en ***a***.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\left.{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=c}\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=c}\end{array}}\right\}\displaystyle {\lim \_{x\to a}f(x)=c}\\f(a)=d\end{array}}\right.} Sabiendo que una función es continua en un punto, cuando tiene límite en ese punto, y el valor del límite es el mismo que el valor de la función en ese punto, las dos discontinuidades anteriores se pueden evitar asignando a la función, en el punto de discontinuidad, el valor del límite en ese punto.

|  |  |
| --- | --- |
| Función xy discontinua 11a.svg |  |

{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\left.{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=c}\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=c}\end{array}}\right\}\displaystyle {\lim \_{x\to a}f(x)=c}\\\nexists f(a)\end{array}}\right.}{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\left.{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=c}\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=c}\end{array}}\right\}\displaystyle {\lim \_{x\to a}f(x)=c}\\f(a)=c\end{array}}\right.}**DISCONTINUIDAD NO EVITABLE**

Se dice que una función presenta una discontinuidad esencial cuando se produce algunas de las siguientes situaciones:

*Discontinuidad de primera especie*: si los límites laterales son distintos, o al menos uno de ellos diverge.

*Discontinuidad de segunda especie*: si la función, al menos en uno de los lados del punto, no existe o no tiene límite.

**DISCONTINUIDAD DE PRIMERA ESPECIE**

En este tipo de discontinuidad existen tres tipos:

**De salto finito**

Existen los límites por la derecha y por la izquierda del punto, su valor es finito, pero no son iguales.

Si la función tiende a ***c***, cuando ***x*** tiende a ***a*** por la izquierda, y tiende a ***d*** cuando lo hace por la derecha, en el punto ***x*** **=** ***a***, se presenta un salto, independientemente del valor de la función en ese punto.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

{\displaystyle \Delta y=\left|\lim \_{x\to {a}^{-}}f(x)-\lim \_{x\to {a}^{+}}f(x)\right|}{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=c}\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=d}\\\nexists f(a)\end{array}}\right.}Así podemos ver que son discontinuidades de salto finito:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

 {\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=c}\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=d}\\f(a)=c\end{array}}\right.}{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=c}\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=d}\\f(a)=d\end{array}}\right.}{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=c}\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=d}\\f(a)=e\end{array}}\right.}**De salto infinito**

Si uno de los límites laterales es infinito y el otro finito, tanto si el límite por la izquierda es finito y el de la derecha infinito:

 

Así podemos ver los casos:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

{\displaystyle \left.{\begin{array}{c}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=L}\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=\pm \infty }\end{array}}\right\}{\text{discontinuidad de salto infinito}}} Como en el caso de que el límite por la izquierda sea infinito y por la derecha finito:

{\displaystyle \left.{\begin{array}{c}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=\pm \infty }\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=L}\end{array}}\right\}{\text{discontinuidad de salto infinito}}}Donde se puede ver:



|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=+\infty }\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=c}\end{array}}\right.}{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=-\infty }\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=c}\end{array}}\right.}Se dice que la discontinuidad es de salto infinito.

**Discontinuidad asintótica**[[editar](https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Clasificaci%C3%B3n_de_discontinuidades&action=edit&section=12)]

Si los dos límites laterales de la función en el punto *x* = *a* son infinitos:

{\displaystyle \left.{\begin{array}{c}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=\pm \infty }\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=\pm \infty }\end{array}}\right\}{\text{discontinuidad }}\mathrm {asint{\acute {o}}tica} } 

A este tipo de discontinuidad de primera especie se le llama discontinuidad asintótica, siendo *x* = *a* la asíntota.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=-\infty }\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=-\infty }\end{array}}\right.}

**Discontinuidad de segunda especie**

Si la función no existe en uno de los lados del punto, o no existen alguno, o ambos, de los límites laterales de la función en ese punto, se dice que la función presenta una discontinuidad de segunda especie en ese punto.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\forall x\leq a:\;\nexists f(x)\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=c}\end{array}}\right.}NO es una discontinuidad de segunda especie una función definida en un solo punto, o más generalmente, en un conjunto isolado de puntos. Toda función definida en ese tipo de conjuntos es continua.

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Caso de continuidad

Una función ***y*** = ***f(x)*** es continua en un punto ***a***, si los límites por la derecha y la izquierda son iguales, y coinciden con el valor de la función en ese punto.

{\displaystyle \left\{{\begin{array}{l}\left.{\begin{array}{l}\displaystyle {\lim \_{x\to a^{-}}f(x)=c}\\\displaystyle {\lim \_{x\to a^{+}}f(x)=c}\end{array}}\right\}\displaystyle {\lim \_{x\to a}f(x)=c}\\f(a)=c\end{array}}\right.}

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Sea la función

 



 

El punto Xo=1 es una discontinuidad por salto.

Una función presenta un punto de Discontinuidad evitable si en ese punto se cumple que: 

Pueden ser transformadas en otra función continua, dándole a f(a) el valor adecuado que la hace continua. Si modificamos una función obtenemos otra función, no la misma, por ello se dice que son evitables.Ejemplo:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Esta función es continua para todo x de valor real y es equivalente a la primera función, excepto en que la primera es discontinua para x= 2.

Discontinuidad de primera especie



Discontinuidad de segunda especie

Son las que tienen puntos para los que existe solo uno de los límites laterales o ninguno. 



Discontinuidad asintótica

La discontinuidad viene marcada por una asíntota vertical. Se cumple lo siguiente:





**WEBGRAFÍA**

<https://es.wikipedia.org/wiki/Clasificaci%C3%B3n_de_discontinuidades>